ВЫХОДИТ РАЗ В ДВЕ НЕДЕЛИ

Рекомендуемая розничная цена: 279 руб.
Розничная цена: 49,90 грн, 990 тенге

Занимательные ГОЛОВОЛОМКИ

КОЛЛЕКЦИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ИГР ОТ DeAGOSTINI

29

Коробка с поперечными брусками

ISSN 2225-1782
00029
9 772225 178772

DeAGOSTINI

занимательные ГОЛОВОЛОМКИ

КОЛЛЕКЦИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ИГР ОТ DeAGOSTINI

В этом выпуске:

Математическая вселенная

Числа Фибоначчи Числовая последовательность Фибоначчи породила множество теорем и гипотез. Числа Фибоначчи удивительным образом связаны с одним из самых легендарных соотношений — золотым сечением, и до сих пор являются предметом большого количества исследований. Их популярность вызвана тем, что они используются во множестве задач — от возможности нахождения максимумов и минимумов функций с неизвестной производной до приемов восстановления цифровой информации.

Блистательные умы

Непонятый гений Абель прожил недолгую жизнь в непрестанной борьбе с бедностью, болезнями и непониманием современников. Он умер в возрасте 27 лет, однако успел доказать, что принадлежит к числу самых выдающихся математиков всех времен. Одна из важнейших теорем алгебры носит имя талантливого норвежского математика.

Математика на каждый день

Узлы Еще в раннем детстве, учась завязывать шнурки, мы понимаем, что узлы — источник множества трудностей. А тот, кто хочет научиться вязать морские узлы или погрузиться в запутанный мир математики, где узлы являются предметом множества трудных задач, осознает это с особенной ясностью. Теория узлов является частью более общей теории — топологии.

Математика в ипотеке Трудности, которые испытывают многие при выполнении простых действий с числами, могут стать причиной больших проблем при управлении личными и семейными финансами. Понимать значение таких терминов, как проценты и ставки, весьма важно при подаче заявки на получение кредита.

Математические задачки

Запутанный рассказ Нынешняя задачка Безумной Математильды про ветеранов войны покажется вам детской шалостью по сравнению с географической головоломкой, известной с давних времен и заданной Хью своим братьям Бальбусу и Ламберту. Если вам доводилось бывать в местах, где сутки длятся больше 24 часов, заглядывать в ответ вам не придется.

Головоломки

Коробка с поперечными брусками Элементы этой головоломки — прямоугольные параллелепипеды, из которых вырезана часть их «внутренностей», за счет чего детали сцепляются между собой. После того как вы уложите все части головоломки в нужные места, внутри коробки могут остаться пустоты, позволяющие сдвигать элементы.

«ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ГОЛОВОЛОМКИ»
Издание выходит раз в две недели
Выпуск № 29, 2013
РОССИЯ

ИЗДАТЕЛЬ, УЧРЕДИТЕЛЬ, РЕДАКЦИЯ:
ООО «Де Агостини», Россия
ЮРИДИЧЕСКИЙ АДРЕС: 105 066, г. Москва,
ул. Александра Лукьянова, д.3, стр.1
Письма читателей по данному адресу не принимаются.
ГЕНЕРАЛЬНЫЙ ДИРЕКТОР: Николаос Скилакис
ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР: Анастасия Жаркова
ФИНАНСОВЫЙ ДИРЕКТОР: Наталия Василенко
КОММЕРЧЕСКИЙ ДИРЕКТОР: Александр Якутов
МЕНЕДЖЕР ПО МАРКЕТИНГУ: Михаил Ткачук
МЛАДШИЙ МЕНЕДЖЕР ПО ПРОДУКТУ:
Любовь Мартынова

Свидетельство о регистрации средства массовой информации в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор) ПИ №ФС77-43310 от 28.12.2010 г.

Для заказа пропущенных номеров
и по всем вопросам, касающимся информации о коллекции, заходите на сайт
www.deagostini.ru
По остальным вопросам обращайтесь по телефону бесплатной «горячей линии» в России:
8-800-200-02-01
Телефон «горячей линии» для читателей Москвы:
8-495-660-02-02
АДРЕС ДЛЯ ПИСЕМ ЧИТАТЕЛЕЙ:
Россия, 170100, г. Тверь, почтамт, а/я 245,
«Де Агостини», «Занимательные головоломки»
РАСПРОСТРАНЕНИЕ:
ООО «Бурда Дистрибьюшен Сервисиз»

УКРАИНА
ИЗДАТЕЛЬ И УЧРЕДИТЕЛЬ:
ООО «Де Агостини Паблишинг», Украина
ЮРИДИЧЕСКИЙ АДРЕС: 01032, Украина,
г. Киев, ул. Саксаганского, д. 119
ГЕНЕРАЛЬНЫЙ ДИРЕКТОР: Екатерина Клименко
Свидетельство о государственной регистрации печатного СМИ Министерства юстиции Украины КВ № 17502-6252Р от 01.03.2011
АДРЕС ДЛЯ ПИСЕМ ЧИТАТЕЛЕЙ:
Украина, 01033, г. Киев, а/я «Де Агостини»,
«Занимательные головоломки»
Україна, 01033, м. Київ, а/с "Де Агостіні"
Для заказа пропущенных номеров
и по всем вопросам, касающимся информации о коллекции, заходите на сайт
www.deagostini.ua
По остальным вопросам обращайтесь по телефону бесплатной «горячей линии» в Украине:
0-800-500-8-40

БЕЛАРУСЬ
ИМПОРТЕР И ДИСТРИБЬЮТОР В РБ: ООО «Росчерк»,
220037, г. Минск, ул. Авангардная, д. 48а, литер 8/к,
тел./факс: +375 17 2-999-260.
Телефон «горячей линии» в Беларуси:
+375 17 279-87-87 (пн-пт, 9.00—21.00)
АДРЕС ДЛЯ ПИСЕМ ЧИТАТЕЛЕЙ: Республика Беларусь, 220040, г. Минск, а/я 224, ООО «Росчерк», «Де Агостини», «Занимательные головоломки»

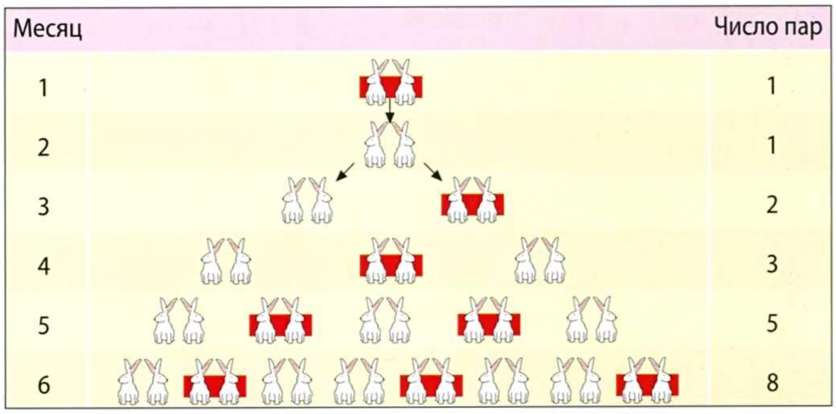
КАЗАХСТАН
РАСПРОСТРАНЕНИЕ: ТОО «КГП «Бурда-Алатау-Пресс»
РЕКОМЕНДУЕМАЯ РОЗНИЧНАЯ ЦЕНА: 279 руб.
РОЗНИЧНАЯ ЦЕНА: 49,90 грн, 990 тенге
ОТПЕЧАТАНО В ТИПОГРАФИИ: G. Canale & C. S.p.A.
Sos. Cernica 47, Bucuresti, Pantelimon – Ilfov, Romania.
ТИРАЖ: 68 000 экз.
Издатель оставляет за собой право изменять последовательность номеров и их содержание.
Издатель оставляет за собой право увеличить рекомендуемую цену выпусков.
Неотъемлемой частью каждого выпуска является приложение.

ISSN 2225-1782
ДАТА ВЫХОДА В РОССИИ: 12.03.2013

Числа Фибоначчи — последовательность, которую может понять любой, кто знаком с элементарной арифметикой. Она лежит в основе большого количества теорем и имеет множество важных применений.

Теория чисел
Числа Фибоначчи

◀ *Французский математик Эдуард Люка дал название последовательности натуральных чисел, описанной Леонардо Пизанским в его книге Liber abaci (1202). Сегодня эта последовательность известна как числа Фибоначчи.*



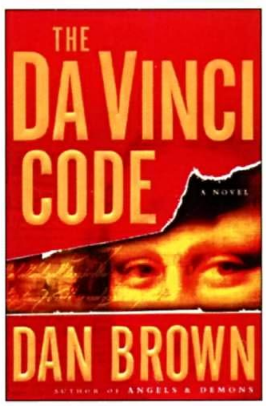
▲ *Схематичное изображение нескольких поколений кроликов из задачи Фибоначчи позволяет оценить экспоненциальный рост числа кроликов с течением времени.*

Леонардо Пизанский (1170–1241), известный как Фибоначчи, что означает «сын Боначчи», был одним из выдающихся математиков Средневековья. В самой важной его книге, Liber abaci (1202 год, в буквальном переводе означает «Книга абака»), он приводит простую задачу о кроликах, для решения которой используется последовательность натуральных чисел. Французский математик Эдуард Люка (1842–1891) дал этой последовательности чисел имя Фибоначчи. Так родился парадокс: этот великий итальянский математик стал известен благодаря одной простой задаче, а не важной книге по математике.

Числа Фибоначчи породили бесчисленное множество теорем и открытых задач (недоказанных гипотез), большинство из которых принадлежит к разделу математики под названием теория чисел. Числа Фибоначчи помимо того что удивительным образом связаны с одним из самых легендарных чисел — золотым сечением, также являются предметом большого количества исследований. Их популярность вызвана тем, что они используются во множестве теоретических и практических задач — от возможности нахождения максимумов и минимумов функций с неизвестной производной до приемов восстановления цифровой информации.

Кролики Фибоначчи

Задача Фибоначчи о кроликах звучит так: имеется пара кроликов, которые начинают приносить потомство спустя месяц после рождения. У этой пары рождается пара кроликов (самец и самка), которые спустя месяц также будут способны приносить потомство. С течением времени число кроликов увеличивается по этому закону. Задача Фибоначчи заключается в подсчете общего количества кроликов в заданный момент времени.



▲ *Любопытно, что последовательность Фибоначчи, которая широко используется в науке, содержится в первой загадке, которую нужно решить героям бестселлера Дэна Брауна «Код да Винчи».*

Составим схему, которая поможет нам лучше понять задачу. В первом столбце будем фиксировать число месяцев, во втором — изображать кроликов, в третьем — записывать общее число пар кроликов в данном месяце. Выделим красным цветом кроликов, которые пока не способны приносить потомство.

Изначально имеется одна пара кроликов. Спустя месяц их число не изменится, но они станут способны приносить потомство (во второй строке схемы они не выделены красным цветом). В третьем месяце пара кроликов принесет потомство, но их дети пока не смогут приносить потомство (выделены красным). Что произойдет в четвертом месяце? Останется первая пара кроликов, пара их потомков и третья пара, которая пока не способна к размножению. Таким образом, в четвертом месяце общее число пар кроликов будет равно трем. Если мы продолжим подсчеты, то будет нетрудно заполнить остальные строки схемы. Значит ли это, что мы нашли ответ задачи Фибоначчи? На самом деле нет. Например, мы можем определить, что в шестом месяце число пар кроликов будет равняться восьми. Если нас спросят, чему будет равно число кроликов по прошествии 30 месяцев, то может показаться, что это число можно легко найти, немного дополнив составленную нами схему. Не советуем этого делать: число кроликов в 30-м месяце будет равняться 832 040, и чтобы изобразить их всех, понадобится схема исполинских размеров.

Это происходит потому, что число кроликов возрастает экспоненциально. По прошествии

115 поколений число пар будет равняться 483 162 952 612 010 163 284 885 — столько кроликов не поместится в известной нам части Вселенной. Существуют простые компьютерные программы, с помощью которых можно вычислить члены последовательности Фибоначчи.

Далее мы приведем первые 20 чисел Фибоначчи.

Месяц	Число пар
0	0
1	1
2	1
3	2
4	3
5	5
6	8
7	13
8	21
9	34
10	55
11	89
12	144
13	233
14	377
15	610
16	987
17	1 597
18	2 584
19	4 181
20	6 765

Правило построения ряда Фибоначчи

Запишем ряд чисел, обозначающих число пар кроликов с течением времени (будем предполагать, что изначально число пар кроликов равно 0):

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, \ldots$$

Можно ли найти следующее число без помощи схемы? Нетрудно заметить, что каждое число является суммой двух предыдущих. Продолжив последовательность, получим

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, \ldots$$

Существуют различные формулы для расчета общего члена этой последовательности F_n. Возможно, одной из самых удивительных является формула Бине:

$$F_n = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n}{\sqrt{5}}$$

▲ *Французский математик Абрахам де Муавр (1667–1754), друг Ньютона, известный благодаря формуле, носящей его имя, а также по своим работам о нормальном распределении и теории вероятностей. Он является автором формулы, позволяющей вычислять числа Фибоначчи. Любопытно, что эта формула известна под названием формулы Бине.*

Не менее удивительно, что в ней используется число

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

Ф = 1,61803... — число, описывающее знаменитое золотое сечение, которое называют еще божественной пропорцией или золотым числом. Это отношение является мерой красоты, описывающей закономерности роста множества живых организмов.

Если мы составим таблицу из нескольких членов этой последовательности, то увидим, что любой член последовательности можно получить умножением предыдущего члена на Ф. Например, $5 \cdot 1,61803 = 8,09015$. Степень приближения будет возрастать с увеличением числа десятичных знаков Ф, использованных при расчетах.

Вычислим отношение соседних членов последовательности Фибоначчи:

$$1/1 = 1$$
$$2/1 = 2$$
$$3/2 = 1,5$$
$$5/3 = 1,666...$$
$$8/5 = 1,6$$
$$13/8 = 1,625$$
$$21/13 = 1,61538...$$
$$34/21 = 1,61904...$$

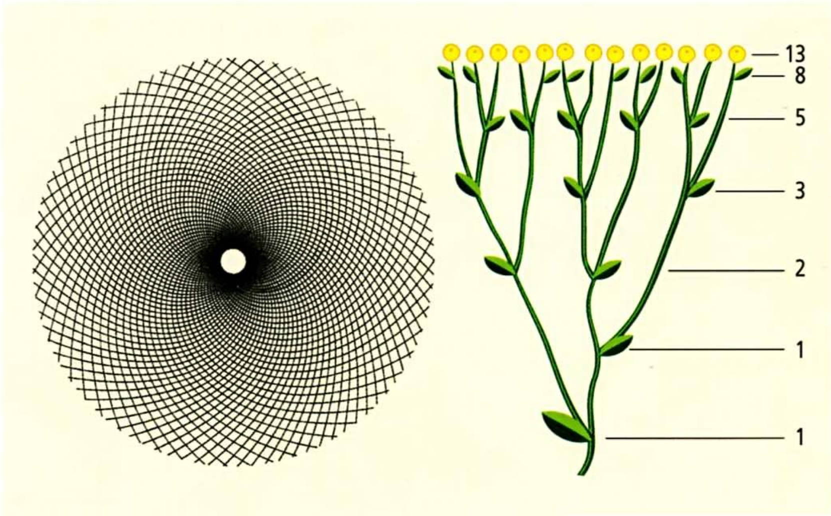
Мы получим последовательность чисел, которые будут всякий раз чуть больше или чуть меньше золотого числа.

1	1,5	1,6	1,61538...
	1,61803...		
2	1,666...	1,625	1,61904...

Обе последовательности стремятся к числу Ф (первая последовательность ограничена этим числом сверху, вторая — снизу). Более подробное (хотя совершенно некорректное с точки зрения математики) объяснение звучит так: если бы мы могли продолжить последовательность Фибоначчи до бесконечности, то отношение между ее последним и предпоследним членом было бы равно золотому числу с точностью до последнего десятичного знака.

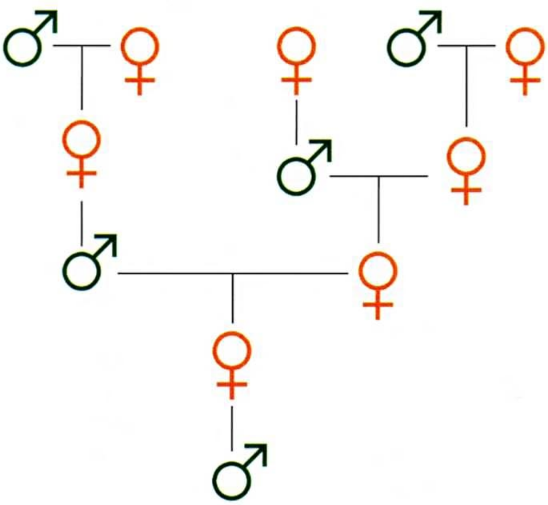
Числа Фибоначчи в природе

В природе существует множество подтверждений тому, что размножение живых организмов подчиняется последовательности Фибоначчи. Ярким примером может служить размножение пчел. В каждом улье имеется пчела особого вида — матка. Только она откладывает яйца. Еще одна каста — рабочие пчелы, которые также являются самками, но не откладывают яйца, и наконец,



▲ *Прекрасный пример чисел Фибоначчи в природе — расположение семян некоторых видов подсолнечника (на рисунке 89 спиралей закручены по часовой стрелке, 55 — против часовой стрелки). Эти числа также описывают рост некоторых соцветий, например тысячелистника (Achillea ptarmica).*

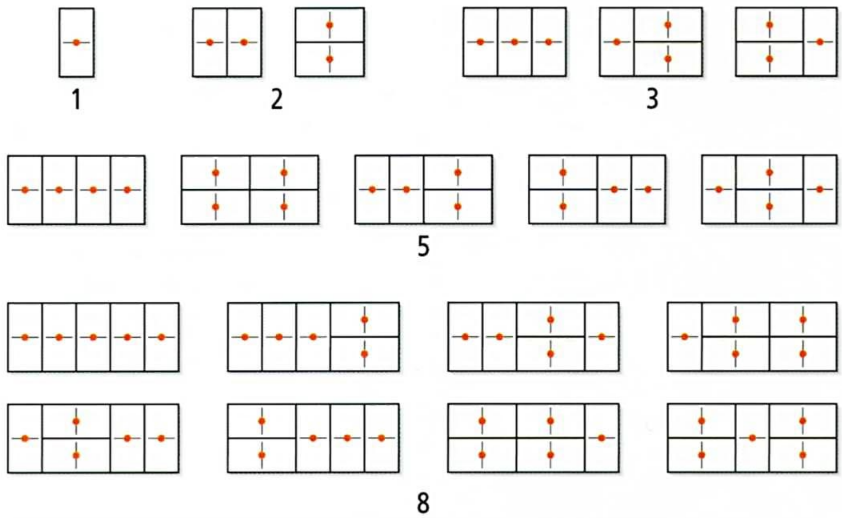
трутни — самцы, которые не имеют отца (они рождаются из неоплодотворенных яиц, отложенных маткой). Таким образом, самки имеют обоих родителей, а самцы — только одного. Если построить схему их размножения, то нетрудно видеть, что она описывается числами Фибоначчи:



На схеме видно, что число предков трутня в каждом поколении соответственно равно 1, 2, 3, 5 и так далее. Снова последовательность Фибоначчи! Эта последовательность чисел также описывает траектории, вдоль которых пчела обходит шестиугольные соты улья. Допустим, что пчела всегда направляется в ячейку, расположенную справа от той, в которой она находится сейчас. Нетрудно доказать, что в первую ячейку можно попасть одним способом, во вторую — двумя, в третью — тремя, в четвертую — пятью и так далее.

Домино Фибоначчи

Когда математик берется за изготовление головоломок, трепещите: задача, которая кажется простой, будет в лучшем случае теоремой, которую непросто доказать, а в худшем — гипотезой, которая долгое время не дает покоя ученым. Расскажем об одной из подобных задач. В ней нужно построить прямоугольники из костяшек домино, разделенных пополам поперечной линией. Сколько разных прямоугольников размером 2×1 можно составить из костяшек домино? Очевидно, всего один. А прямоугольников размером 2×2? Рассмотрим рисунок, приведенный ниже. Сколько бы мы ни вращали костяшки домино, мы не сможем составить из них больше двух разных прямоугольников такого размера.



Критерий принадлежности последовательности Фибоначчи

Существует ли метод, который позволяет определить принадлежность произвольного числа к последовательности Фибоначчи? Очевидно, это нетривиальный вопрос. Если на него можно дать положительный ответ, то, скорее всего, искомая формула потребует расчетов на суперкомпьютере. Тем не менее решение этой задачи существует, и оно удивительно просто. Более того, для относительно небольших чисел его можно проверить на карманном калькуляторе. (Напомним: для того чтобы определить, является ли число квадратом, нужно извлечь из него квадратный корень с помощью калькулятора и проверить, является ли полученный результат целым числом.)

Число N принадлежит к последовательности Фибоначчи тогда и только тогда, когда выполняется условие: $5N^2 + 4$ или $5N^2 - 4$ является квадратом.

Возьмем в качестве примера число 3. Его квадрат равен 9. Умножив 9 на 5, получим 45. Прибавив к этому результату 4, получим 49. Это число является квадратом, так как $7^2 = 49$. Следовательно, число 3 принадлежит последовательности Фибоначчи.

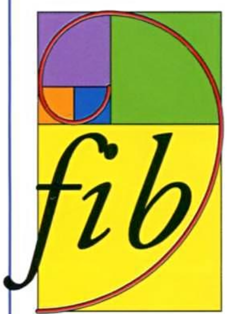
Проверим число побольше, например, 610. Получим:

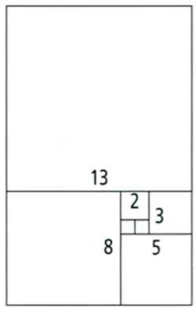
$$5 \cdot (610)^2 - 4 = 5 \cdot 372100 - 4 = 1\,860\,500 - 4 = 1\,860\,496.$$

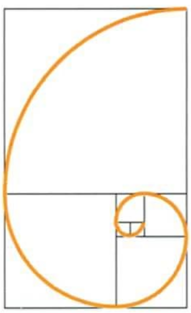
Это число является квадратом числа 1 364, что доказывает принадлежность числа 610 к последовательности Фибоначчи.

Фибоначчи-ассоциация

The Fibonacci Association («Фибоначчи-ассоциация») — это математическая ассоциация, созданная в 1963 году для исследования задач, в которых фигурируют числа Фибоначчи. Она имеет два логотипа: пятиконечную звезду (ее использовали еще последователи Пифагора) и спираль любопытной формы, которая строится следующим образом. Два единичных квадрата располагаются рядом друг с другом, затем над ними строится квадрат со стороной, равной двум единицам. Далее строится еще один квадрат сбоку от первых трех со стороной, равной трем единицам, и так далее. Длина стороны каждого нового квадрата всегда будет равна сумме сторон двух предыдущих. Таким образом, длины из сторон описываются последовательностью Фибоначчи. По этой причине такие фигуры получили название прямоугольников Фибоначчи. Если мы проведем четверть окружности в каждом из этих квадратов, получим спираль Фибоначчи, которая и является логотипом ассоциации. Не путайте ее с логарифмической спиралью, хотя обе эти кривые имеют очевидную схожесть. Спираль Фибоначчи с точки зрения математики вообще не является спиралью, однако с определенной степенью точности описывает группу спиралей, часто встречающихся в природе.





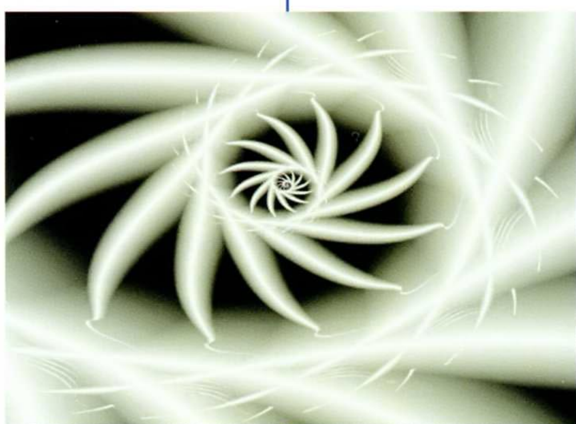


◄ *Спираль Фибоначчи можно увидеть, например, на раковинах моллюсков, в частности наутилусов.*

ЭТО ИНТЕРЕСНО

- Задача Фибоначчи содержит парадокс: начиная с определенного момента скорость распространения кроликов превысит скорость света.
- Преподаватель классических языков Принстонского университета Джордж Эккель Дакворт в своей книге Structural Patterns and Proportions in Vergil's Aeneid (University of Michigan Press, 1962) доказывает, что и Вергилий, и другие поэты того времени использовали числа Фибоначчи при построении композиции своих произведений.
- В математике существует двоичная константа с бесконечным числом знаков: 0, 101 101 011 011 0... Она называется константой кролика и связана с изучением чисел Фибоначчи.

Прямоугольник 2×3 можно составить тремя разными способами, прямоугольник 2×4 — пятью. Вырисовывается явная закономерность. Достаточно проверить еще один случай, 2×5, и результат точно совпадет с ожидаемым: восемь. В этой задаче используется последовательность 1, 2, 3, 5, 8... Означает ли это, что число различных прямоугольников размером $2 \times n$, которые можно составить из костяшек домино, равно F_n? Означает ли это, например, что существует ровно 610 способов составить прямоугольник 2×15 из костяшек домино? Американский математик Дэвид Кларнер (1940–1999) доказал, что это на самом деле так. Доказательство слишком сложно, чтобы привести его здесь, и содержит анализ полимино — общего случая костяшек домино. Полимино используются в детских головоломках, комбинаторике и топологии.



◄ *Кривая, полученная объединением прямоугольников размерами 1×1, 2×1, 3×2 и так далее, столь известна, что на ее основе даже был создан фрактал Фибоначчи, воспроизводящий форму спирали наутилуса.*

Абель прожил недолгую жизнь в непрестанной борьбе с бедностью, болезнями и непониманием современников. Он умер в возрасте 27 лет, однако успел доказать, что принадлежит к числу самых выдающихся математиков всех времен.

Непонятый гений

Нильс Хенрик Абель

► *Высокий уровень работ Абеля привлек внимание математиков масштаба Якоби, хотя другие видные ученые, как, например, гениальный Коши, были безразличны к успехам юного математика. Справа — единственный прижизненный портрет Абеля.*

Нильс Хенрик Абель родился 5 августа 1802 года на маленьком острове Фингё у побережья Норвегии в большой, но бедной семье. У него было шестеро братьев и сестер. Его отец, сельский пастор, уделял больше времени политике, чем семье. В эпоху Наполеона Норвегия и Дания были союзниками Франции, что привело к морской блокаде со стороны Англии, и страна обеднела. Нильс не мог ходить в школу, и его образованием занимался отец — человек строгий и суровый. Лишь в 1815 году Нильс вместе со своим старшим братом был принят в епископальную школу Христиании (ныне Осло).

Защита Хольмбоэ

В епископальной школе царила очень жесткая дисциплина. Основное внимание уделялось изучению религии, истории и классических языков, по которым Абелю редко удавалось получить хорошую оценку. В школе его учителем был Берт Хольмбоэ — образованный человек и любитель математики, которого впечатлили способности Абеля. Он сыграл большую роль в жизни юного Нильса. Хольмбоэ защитил его от остальных преподавателей и познакомил с работами великих математиков: Пуассона, Гаусса и Лагранжа. Абель очень рано проявил одаренность. Он не только в удивительно короткий срок впитал знания о математике своего времени, но и предложил решение столетней задачи о поиске решения в радикалах для уравнений пятой степени. Глубина и проницательность его рассуждений (пусть и неверных), доказать ошибочность которых стоило другим математикам большого труда, была оценена по достоинству, и Абель был принят в университет Осло.

► *Почта Норвегии выпустила несколько серий марок в честь Нильса Хенрика Абеля. На рисунке приведена марка, на которой изображена обложка полного собрания сочинений ученого, а также иллюстрация к одной из его работ об эллиптических интегралах.*

▼ *В знак восхищения величайшим норвежским математиком к 200-летию со дня его рождения была отчеканена золотая монета достоинством в 20 крон.*

Университет

Абель поступил в университет в 19 лет. Его отец умер годом ранее, оставив шестерых сыновей и дочь в крайне ненадежном финансовом положении, поэтому юному Абелю пришлось обратиться к преподавателям с просьбой назначить ему стипендию, чтобы иметь хоть какие-то средства к существованию. В столь непростых условиях он опубликовал первую работу на собственные средства. Для этого ему пришлось не только голодать, но и значительно урезать материал, чтобы окончательная публикация не превышала половины печатного листа. В этой краткой работе содержатся зачатки одной из важнейших теорем алгебры всех времен, носящей его имя и обессмертившей ее создателя. Абель доказал невозможность решения в радикалах любого алгебраического уравнения пятой и более высоких степеней. Известность, полученная в университетских кругах, помогла Абелю получить от правительства грант на путешествие по Европе, чтобы он смог лично познакомиться с ведущими математиками того времени.

Пребывание в Берлине

Период с конца 1825 по июль 1826 года, проведенный в Берлине, стал лучшим временем в жизни Абеля. Он познакомился с Августом Леопольдом Крелле (1780–1855) — известным инженером, страстным любителем математики, занимавшим важное положение в обществе.

◄ *Инженер Август Леопольд Крелле был близким другом Абеля и очень помог ему во время пребывания в столице Германии. Несмотря на все усилия, Крелле не удалось добиться для Абеля должности преподавателя, что стало причиной финансовых затруднений последнего.*

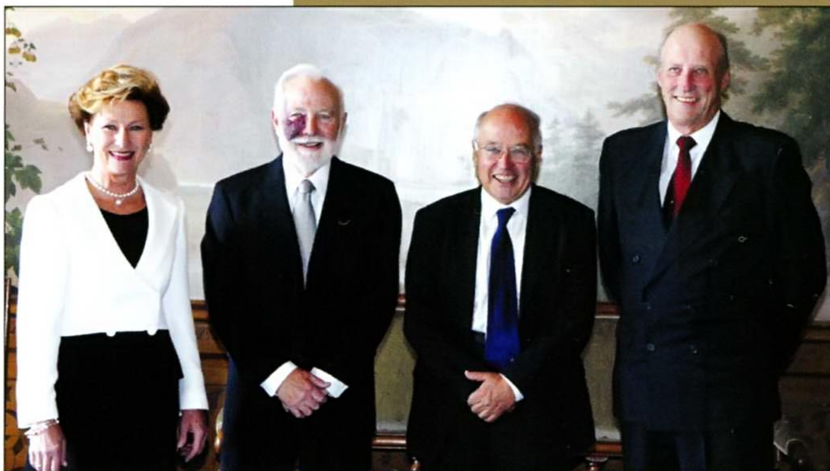
Каждый понедельник Абель приходил на встречи в дом Крелле. На одной из таких встреч был основан один из первых математических журналов мира — Journal für die reine und angewandte Mathematik. В первом номере журнала были опубликованы шесть статей Абеля, две из которых — «Доказательство алгебраической неразрешимости уравнений общего вида выше четвертой степени» и «О биномиальных рядах» — ознаменовали поворотный момент в истории математики. В первой из этих статей Абель использовал методы, позднее ставшие частью теории групп. Поэтому коммутативные группы позднее были названы в его честь абелевыми группами. Во второй статье Абель заложил основы современных критериев сходимости бесконечных числовых рядов.

Неудачное знакомство с Коши

В 1826 году Абель приехал в Париж, добившись к тому времени удивительных результатов в теории эллиптических интегралов, полный новых идей. «Я только что закончил работу об определенном классе трансцендентных функций, которую представлю в Институте в ближайший понедельник. Я показал работу Коши, который не удостоил ее даже взглядом», — написал Абель 14 октября 1826 года. В то время Париж был мировым центром математики, и Абеля там считали едва ли не дикарем — отчасти из-за того, что он был норвежцем. Поэтому он стал подписывать все свои работы «Н. Х. Абель, норвежец». Французская академия наук приняла решение пересмотреть работу Абеля, попавшую в руки Коши, который попросту не хотел тратить на нее время. В конце концов Коши признался, что потерял оригинал рукописи. Спустя три года с документом захотел ознакомиться Якоби, но ему сказали, что его едва ли можно прочитать. Лишь после смерти Абеля консул Норвегии потребовал у французских властей вернуть рукопись, которая в итоге нашлась в доме Коши.

Возвращение в Норвегию

В 1827 году Абель возвращается в Осло к своей семье, находящейся в отчаянном положении.



▲ *Король и королева Норвегии Харальд и Соня во время вручения Абелевской премии 25 мая 2004 года. Премия была присуждена Изадору Зингеру (на фото рядом с королевой) из Массачусеттского университета и Майклу Атья из Эдинбургского университета.*

▲ *Бюст работы Бринульфа Бергслина, установленный в честь Абеля рядом с домом викария в норвежском городе Ерстад в 1958 году. На постаменте помимо дат жизни математика изображена лемниската в форме перевернутой восьмерки, которая стала темой многих его работ.*

ЭТО ИНТЕРЕСНО

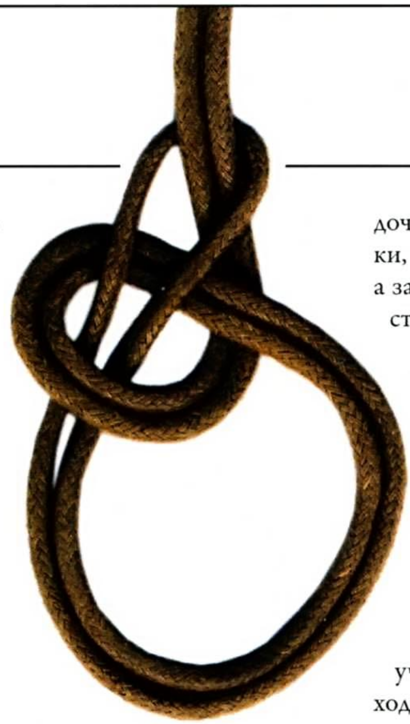
- 23 августа 2001 года правительство Норвегии объявило об учреждении международной премии, ежегодно вручаемой математикам, которая компенсировала отсутствие Нобелевской премии по математике. Премия получила название Абелевской премии.
- Еще до поступления в университет Абель прочитал (и понял!) труд Гаусса Disquisiciones Arithmeticae — столь тяжелый для понимания, что о нем говорили, будто он «скрыт за семью печатями Апокалипсиса». Абель, которому было известно, что Гаусс специально придерживался подобного стиля, сравнил его с лисой, «заметающей хвостом следы своих лап».
- Французский математик Шарль Эрмит (1822–1901) так отзывался о деятельности Абеля: «Его наследство даст математикам работу на 500 лет вперед».

В это время Крелле боролся за профессорскую должность в Берлинском университете для норвежского математика, что осложнялось тем, что Абель был иностранцем. Однако Абелю удалось получить лишь должность преподавателя военной академии с весьма скромным жалованием. На Рождество того же года в разгар суровой норвежской зимы ослабленный Абель заболел туберкулезом. Он переезжает во Фроланд в дом Кристины Кемп — учительницы, на которой он пообещал жениться двумя годами ранее. Несмотря на ослабленное здоровье, он работал с такой спешкой, как будто знал, что его дни сочтены. Нильс Абель умер 6 апреля 1829 года, за два дня до того, как на его адрес пришло известие о назначении на желаемую должность преподавателя в Берлине.

Топологическая теория узлов является предметом интенсивных исследований. Подобно легендарному гордиеву узлу, она ожидает своего Александра Македонского, который нанесет ей последний, решающий удар.

Немного топологии
Узлы

Еще в раннем детстве, учась завязывать шнурки, мы понимаем, что узлы — источник множества трудностей. А те, кто хочет, например, научиться вязать морские узлы или погрузиться в запутанный мир математики, где узлы являются предметом большого количества непростых задач, осознают это с особенной ясностью. Теория узлов является частью более общей теории — топологии. Открытия, совершенные в последние годы, доказывают, что мы живем в мире, полном узлов, поэтому неудивительно, что данный раздел математики нашел самое широкое применение в других науках.



▲ *Огромное разнообразие узлов, которые используют моряки, альпинисты или рыбаки, является предметом изучения особого раздела топологии под названием гомотопия. На рисунке изображен двойной беседочный узел.*

Что такое узел

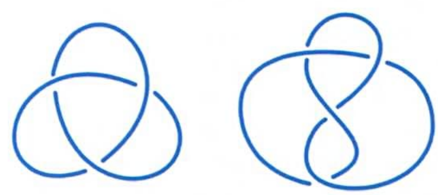
Всем нам доводилось распутывать удлинитель или моток веревки. Как правило, всегда оказывается, что узлов не так уж и много, и моток можно распутать, если потянуть за оба конца веревки. Именно так можно определить, на какой веревке действительно есть узлы, а какая просто беспорядочно свернута. Допустим, у нас есть кусок веревки, на котором мы завязываем простейший узел, а затем склеиваем оба конца веревки так, чтобы стык был незаметен. Этот узел будет узлом в математическом смысле слова.

Узел может быть сколь угодно сложным. При определении узла ни длина веревки, ни число зацеплений не имеют значения. Если теперь мы аккуратно положим веревку на стол, то, хотя в это непросто поверить, мы совершим сложную математическую операцию под солидным названием «проекция узла на плоскость». Если мы хотим изобразить узел графически, достаточно учесть, что в точке, где одна часть веревки проходит поверх другой (эта точка называется пересечением), линия должна прерываться.

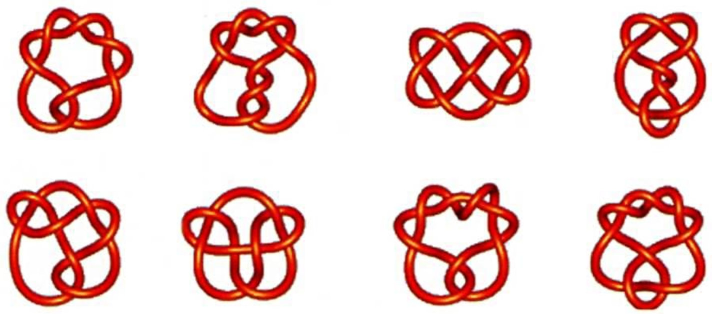
◄ *Инки, подобно другим древним народам, использовали узлы, известные как кипу, чтобы записывать и передавать информацию, в частности числа. На этой картине Фелипе Гуамана Пома де Айялы изображен глава провинции инков, собирающий информацию о податях.*

Эквивалентные узлы

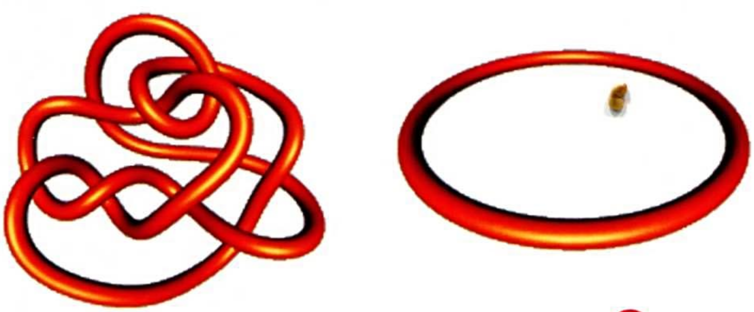
На рисунке выше видно: чтобы преобразовать узел с первого рисунка в узел, изображенный на втором рисунке, достаточно одного сгиба. Иными словами, нам не нужно будет разрезать веревку и соединять ее снова, что так не любят делать топологи. Два узла называются эквивалентными тогда и только тогда, когда от одного к другому можно перейти с помощью непрерывного преобразования — сгиба, растяжения и других, но без разрезов. Например, для узлов, изображенных на рисунке ниже, не существует непрерывного преобразования, с помощью которого можно было бы преобразовать один узел в другой.



Одна из самых трудных задач теории узлов — это классификация всех возможных узлов. Для ее решения сначала нужно определить признак равенства двух узлов. Так как в математике объект может быть равен только самому себе, необходим более широкий признак — эквивалентность. Строгое определение эквивалентных узлов сложно для понимания и требует знания непростых топологических понятий. Поэтому ограничимся интуитивным определением непрерывного преобразования, о котором мы уже говорили выше. Согласно этому определению два узла, изображенные на первом рисунке на предыдущей странице, эквивалентны. В действительности на этом рисунке не изображен никакой узел, поэтому окружность и любой узел, эквивалентный ей, называется тривиальным узлом. Можно научиться определять эквивалентные узлы визуально, но очевидно, что задача о классификации узлов не допускает решения «на глаз». Например, непросто увидеть, что следующие узлы отличаются

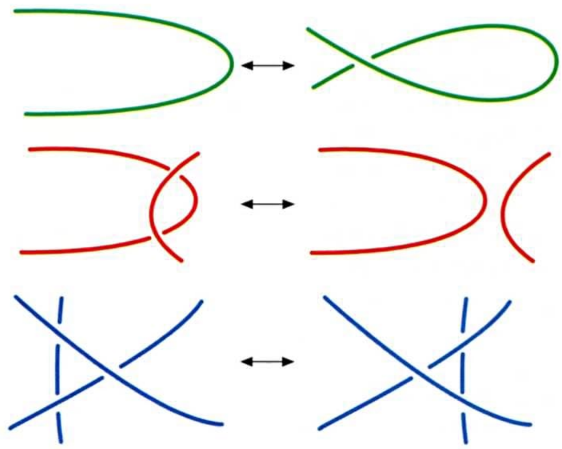


а следующие два — эквивалентны



Существуют ли узлы?

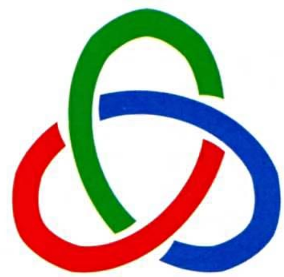
До того как приняться за классификацию всех существующих узлов, математики, которые всё и всегда подвергают сомнению, задались вопросом: существуют ли узлы вообще, то есть можно ли завязать веревку так, что полученный узел не будет эквивалентен окружности? Эту задачу весьма остроумным способом решил немецкий математик Курт Рейдемейстер (1893–1971). Сначала он определил три основные операции, три движения, с помощью которых можно завязать и развязать узел. Эти три движения — скручивание, перекрытие (перемещение одной петли целиком через другую) и скольжение (перемещение нити целиком под или над пересечением), а также три движения, обратные им:

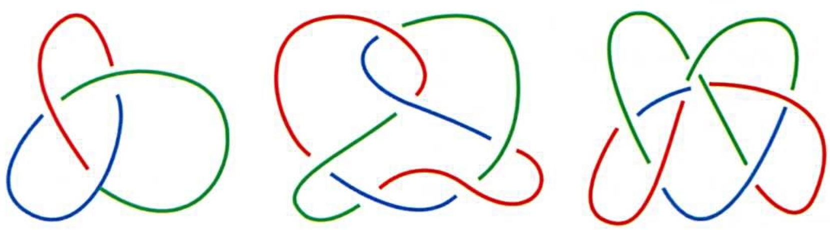


Далее Рейдемейстер выбрал три цвета для раскраски узлов, придерживаясь следующих двух правил:

1. Ни в одном пересечении не могут пересекаться нити всего двух разных цветов.
2. Для раскраски узла нужно использовать не менее двух цветов.

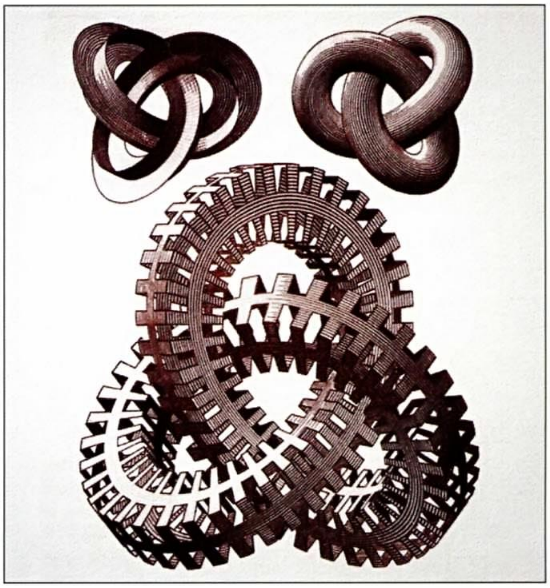
Так, трилистный узел можно раскрасить в три цвета, что можно видеть на рисунке ниже. Раскрасить тривиальный узел таким способом невозможно. Красота этого метода состоит в том, что свойство «возможность раскраски в три цвета» инвариантно относительно всех описанных выше движений. Иными словами, это топологический инвариант, подтверждающий, что все узлы, которые можно раскрасить в три цвета, топологически эквивалентны между собой, подобно трем узлам на рисунке ниже.





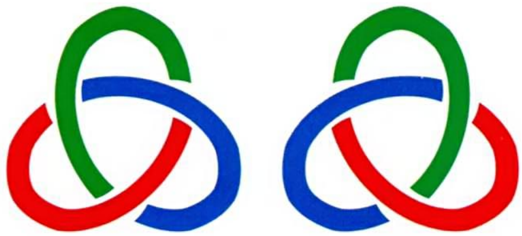
Теперь мы можем точно утверждать, что существует узел, отличный от тривиального. Метод Рейдемейстера применим и для большего числа цветов. Любопытно, что этот метод позволяет сопоставить определенному классу узлов натуральное число, соответствующее числу цветов, в которые их можно раскрасить по вышеуказанным правилам. Это не определяющий метод для классификации всех возможных узлов, так как он имеет некоторые ограничения. Например, с его

▶ *Золотая брошь, найденная в некрополе Саттон-Ху в Саффолке (Великобритания), датируемая 625 годом до н. э., на которой вы можете видеть англосаксонский узор, выполненный на основе кельтских узлов — след культурного влияния этого народа.*



▶ *На гравюре по дереву «Узлы» авторства М. Эшера (1898–1972), выполненной в 1965 году, изображены три трилистных узла.*

помощью нельзя различить трилистные узлы на рисунке ниже, так как оба эти узла можно раскрасить в три цвета. Тем не менее, эти узлы являются различными.

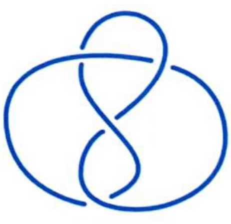


Классификация узлов

Первый способ классификации узлов заключается в подсчете кратности узла, то есть количества самопересечений веревки. Этот способ позволил определить, что существует всего 1 узел с тремя пересечениями, 2 — с пятью, 3 — с шестью, 7 — с семью, 21 — с восемью, 49 — с девятью и 165 — с десятью пересечениями. В 1998 году с помощью суперкомпьютеров ученые определили, что существует всего 1 701 936 узлов с 16 пересечениями и менее. Нужно понимать, что под порядком узла понимается минимальное число пересечений в узле, так как веревка может быть запутанной и содержать петли, которые не будут узлами с точки зрения топологии. Следовательно, сначала нужно распутать узел, что можно сделать с помощью трех движений Рейдемейстера, о которых мы уже рассказали. Кроме того, благодаря теореме, сформулированной Джоэлом Хассом и Джеффри Лагариасом, нам известно максимальное число действий, необходимое, чтобы развязать узел с N пересечениями. Оно равно

$$2^{100\,000\,000\,000 \cdot N}.$$

Иными словами, узел с N пересечениями гарантированно можно развязать менее чем за 2 в степени сто миллиардов, умноженных на N, действий. Для выполнения такого количества действий понадобится время, превышающее возраст Вселенной, но это конечное число, что важно с точки зрения математики. Поиск признака классификации узлов равносилен поиску инвариантов, то есть свойств, которые остаются неизменными при топологических преобразованиях узла. Среди важнейших инвариантов выделяются многочлены. Их ввел американский математик Джеймс Александр (1888–1971) в 1928 году. Речь идет о простом инварианте, связывающем определенный вид многочлена с группой эквивалентных узлов. Например, верхнему узлу на рисунке слева соответствует многочлен Александра $x^2 - 3x + 1$. Так называемому узлу Сабойя соответствует многочлен $x^2 - x + 1$.



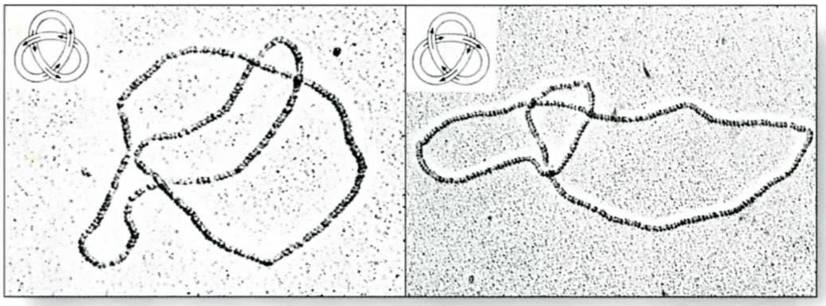
▲ *Узлы также играют заметную роль в искусстве. Например, различные типы узлов, подобные тем, что изображены на рисунке, присутствуют в декоративных элементах дворца Альгамбры в Гранаде (Испания).*

Однако и этот метод имеет серьезный недостаток, не позволяющий использовать его для определения эквивалентности узлов, так как существуют пары различных узлов, которым соответствует один и тот же многочлен Александра.

Со временем появились другие инвариантные многочлены, в частности введенные Джоном Конвеем (р. 1937) в начале 1960-х с помощью компьютеров, или многочлены, представленные новозеландским математиком Воэном Джонсом (р. 1952) в 1984 году, с помощью которых можно различить трилистные узлы, которым соответствуют многочлены $x + x^3 - x^4$ и $x^{-1} + x^{-3} + x^{-4}$. Существуют различные математические признаки для классификации узлов, но ни один из них не является полным в том смысле, чтобы на его основе можно было сформировать единую общую типологию всех возможных узлов. Вопрос о классификации топологических улов по-прежнему остается открытым.

Для чего нужны узлы

В. Джонс первым заметил, что существует тесная взаимосвязь между статистической механикой (разделом физики, в котором изучается поведение систем конечного числа частиц) и многочленами, которые соответствуют узлам. Позднее Луис Кауфман обнаружил, что многочлен Джонса



◄ *На рисунке изображен один из примеров узлов в природе. В данном случае речь идет о трилистных узлах (левостороннем и правостороннем) двойной спирали дезоксирибонуклеиновой кислоты (ДНК), образованных под воздействием топоизомеразы I бактерии Escherichia Coli.*

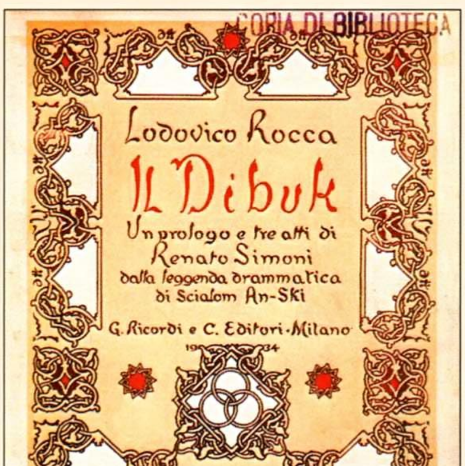
можно интерпретировать в терминах функции состояния, которая относится к статистической механике. Тем самым он создал новый раздел теории узлов, получивший название комбинаторной теории узлов. Подобное применение физики в математике довольно необычно: как правило, именно математика и математические методы стоят на службе у физики.

В настоящее время теория узлов находит применение в столь различных областях, как анализ электрических цепей и криптография. Она оказалась крайне полезной при моделировании полимеров и жидких кристаллов, а также во всех ситуациях, где возникают узлы в сетях и контурах. Физики ожидают, что теория узлов дополнит теорию струн и позволит создать единое описание четырех основных взаимодействий в природе: гравитационного, электромагнитного, а также сильных и слабых взаимодействий между частицами.

Но, возможно, самым важным применением теории узлов в других науках является ее использование в молекулярной биологии. Это неудивительно: если мы хотим расположить объект длиной около метра в пространстве размерностью порядка пяти миллионных долей метра, мы не сможем обойтись без сжатия, свертывания и зацеплений. Именно так располагается в пространстве молекула ДНК человека. Поэтому неудивительно, что узлы можно встретить в двойной спирали ДНК, и также неудивительно, что топология узлов неразрывно связана с этим разделом биологии.

Кольца Борромео

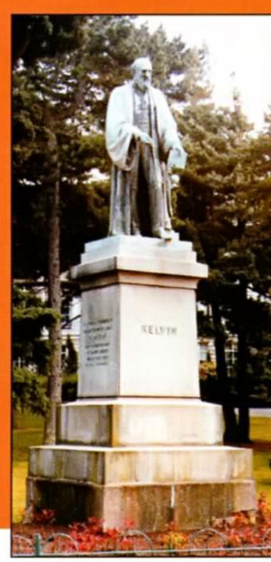
Кольца Борромео — это три кольца, расположенные так, что никакие два из них не сцеплены, но при этом разделить кольца нельзя. Это зацепление трех тривиальных узлов (трех окружностей либо, в более общем виде, трех замкнутых кривых без узлов). Кольца Борромео можно встретить на логотипах некоторых компаний, так как они символизируют силу единства группы: если разрезать хотя бы одно кольцо, фигура распадется на части. Ее название происходит от фамилии итальянской королевской династии Борромео эпохи Возрождения, на гербе которой были изображены эти кольца.



▲► *Кольца Борромео на протяжении веков использовались, помимо прочего, в качестве эмблем и декоративных элементов. На рисунке вверху — логотип известного сорта пива, справа — партитуры, опубликованные знаменитым миланским издательством Casa Ricordi.*

ЭТО ИНТЕРЕСНО

- Многочисленные узлы, к которым нельзя применить какой-либо из известных признаков классификации, называются дикими узлами.
- В конце XIX века Уильям Томсон, лорд Кельвин, сформулировал теорию, согласно которой материя состоит из вихрей, сплетенных и сцепленных между собой в среде, подобной жидкости и называемой эфиром. Сто лет спустя эта теория в несколько измененном виде нашла применение в квантовой механике, в которой основой материи считаются узлы и струны.



Деньги, возможно, самая популярная из абстракций. Даже счастье измеряется в деньгах и имеет свою цену, однако эта абстракция подчиняется строгим правилам арифметики и алгебры.

Кредиты и проценты
Математика в ипотеке

Трудности, которые испытывают многие при выполнении простых действий с числами, могут стать причиной больших проблем при управлении личными и семейными финансами. При принятии важных экономических решений, например, при подаче заявки на получение кредита на приобретение жилья, нужно знать некоторые понятия, о которых слышали многие, но не все до конца понимают их значение: проценты, ставки и им подобные. Деньги — самое ценное в обществе потребления — неразрывно связаны с числами и, как следствие, подчиняются строгим математическим законам.

Проценты

Простейший из финансовых расчетов — это расчет процентов.

Выражению «15 %» можно дать следующее определение: из каждых 100 нужно взять 15. Так, чтобы получить 15 % от произвольного числа, например от 1 000 €, достаточно выполнить следующую операцию:

$$1\,000 \cdot (15/100) = 150.$$

Если речь идет о налоге на определенную сумму, нужно вычесть некоторое количество процентов из исходной суммы. Это делается следующим образом:

$$1\,000 - 150 = 850.$$

Или, что аналогично, если у нас удерживают 15 % из зарплаты размером в 1000 €, итоговая сумма («нетто») будет равна 850 €. Чтобы получить это значение напрямую, нужно умножить исходную сумму («брутто») на 0,85:

$$1\,000 \cdot 0{,}85 = 850.$$

К примеру, если необходимо вычесть из данного числа определенное число процентов, нужно вычесть число процентов из единицы, а затем умножить результат на исходное число.

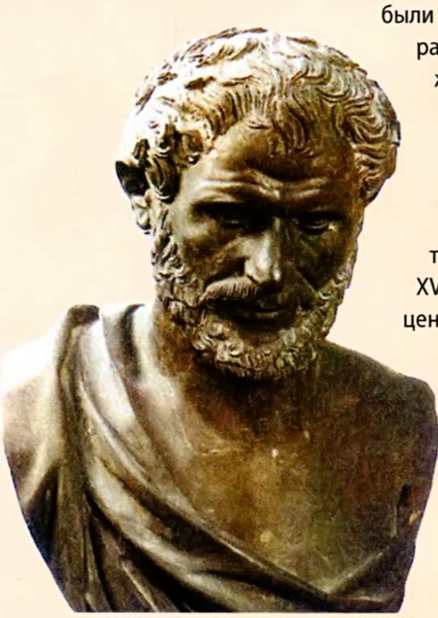
Если мы хотим вычесть из числа 20 %, нужно умножить это число на 0,80; 50 % — на 0,50; 65 % — на 0,35. Так определяется сумма «нетто».

Краткая история ростовщичества

Выдача займов под проценты — совершенно нормальная практика во всех областях современного общества. Однако во времена республиканского Рима в IV веке до н. э. удержание процентов считалось серьезным преступлением. Ранее такие известные философы, как Платон и Аристотель, высказывались против подобной практики. Аристотель писал в своей «Политике»:

«Поэтому с полным основанием вызывает ненависть ростовщичество, так как оно делает сами денежные знаки предметом собственности, которые таким образом утрачивают то свое назначение, ради которого они были созданы: ведь они возникли ради меновой торговли, взимание же процентов ведет именно к росту денег».

Самым непримиримым врагом ростовщичества была католическая церковь. Свыше тысячи лет, с VI века н. э. до начала XVII века выдача денег под проценты считалась греховной и запрещалась в указах и эдиктах. Так как в иудаизме отношение к ростовщичеству традиционно было положительным, неудобная роль ростовщиков в средневековой Европе отводилась евреям, что подчас становилось источником серьезной неприязни.



▲ *Бюст Аристотеля эллинистического периода. Уже в IV веке до н. э. ученый высказывался против ростовщичества.*

◄ *Иудеи-ростовщики на иллюстрации из рукописи «Кантиги Святой Марии» Альфонсо X Мудрого. Католическая церковь лицемерно боролась с ростовщичеством, разрешая его лишь представителям других религий.*

Процентная ставка

Деньги и живые существа в некотором смысле схожи: они способны самовоспроизводиться. Самовоспроизведение денег описывается с помощью процентов. Процентная ставка по кредиту — это дополнительная сумма денег, которую платит получатель за пользование кредитом. Она выражается в виде процентов от суммы займа («заемного капитала»). Выплата процентов производится регулярно, поэтому в расчете процентных ставок обязательно учитывается срок кредита. Для расчета процентов по кредиту за произвольный период используется следующая формула: проценты = (капитал · годовая процентная ставка · время) / 36 000, где время выражается в днях. В этой формуле, которую используют многие банки, год принимается равным 12 месяцам по 30 дней (итого 360 дней). Так, чтобы вычислить проценты по кредиту на сумму в 8 000 €, выданному под 3 % годовых на 1 год и 2 месяца (то есть на 420 дней), нужно подставить эти значения в приведенную формулу:

$$\text{Проценты} = (8000 \cdot 3 \cdot 420) / 36\,000.$$

Сумма процентов за период равна 280 €.

Ипотека

Ипотека — это кредит, обеспечением по которому является недвижимость. Расчет платежей по ипотеке несложен. Допустим, мы хотим приобрести недвижимость за рубежом рыночной стоимостью в 300 000 €.

Предположим, что банк может выдать нам кредит на сумму до 80 % от стоимости недвижимости (то есть не более 240 000 €). Примем срок ипотеки равным 30 годам. Ипотека может быть взята на следующих условиях:

- сумма: 240 000 €,
- срок (в годах): 30,
- ежемесячный взнос в первый год (определяется банком): 1 005,39 €,
- эквивалентная процентная ставка: 2,73 %.

Эквивалентная процентная ставка устанавливается банком и указывает тип начисления процентов по ипотеке. Ежемесячные платежи, которые необходимо вносить в течение первого года, приведены в таблице выше.

Месяцы	Платеж	Тело кредита	Банковские проценты	Остаток основной суммы к оплате
1	1 005,39	415,39	590,00	239 584,61
2	1 005,39	416,41	588,98	239 168,20
3	1 005,39	417,43	587,96	238 750,77
4	1 005,39	418,46	586,93	238 332,31
5	1 005,39	419,49	585,90	237 912,82
6	1 005,39	420,52	584,87	237 492,30
7	1 005,39	421,55	583,84	237 070,75
8	1 005,39	422,59	582,80	236 648,16
9	1 005,39	423,63	581,76	236 224,53
10	1 005,39	424,67	580,72	235 799,86
11	1 005,39	425,72	579,67	235 374,14
12	1 005,39	426,76	578,63	234 947,38

Ежемесячный платеж (1 005,39 €) состоит из двух частей: тела кредита и выплаты банковских процентов. Выплата тела кредита уменьшает сумму основного долга (240 000 €). Банковские проценты начисляются на остаток задолженности. Как можно заметить, бóльшая часть первых платежей уходит на оплату банковских процентов и постепенно уменьшается с течением времени.

Если мы хотим определить тип начисления процентов по ипотеке, достаточно использовать формулу для расчета процентов, которую мы приводили выше. В этом случае сумма процентов известна заранее (достаточно сложить числа в столбце «Банковские проценты»; их сумма равна 7 012,06 €), а неизвестной будет процентная ставка. Полученное уравнение будет выглядеть так:

$$7\,012{,}06 = (240\,000 \cdot r \cdot 360) / 36\,000.$$

Получим процентную ставку r = 2,92 %. Это значение слегка выше среднегодовой процентной ставки и подтверждает то, о чем мы говорили выше: бóльшая часть процентов уплачивается банку в первые годы.

▼ *Учитывая величину суммы, ипотека — самый большой и самый важный кредит, который берет семья в течение жизни. Знание математических правил, действующих в ипотечном кредитовании, может сберечь вам немалые деньги.*

Узелок 10
Пирожки (часть первая)

Пирожки, пирожки, горячие пирожки!

— Ох, как грустно! — воскликнула Клара, и глаза ее наполнились слезами.

— Грустно, но с точки зрения арифметики весьма любопытно, — последовал менее романтический ответ ее тетушки. — Одни из них потеряли на службе родине руку, другие — ногу, третьи — ухо, четвертые — глаз...

— А некоторые лишились всего сразу... — задумчиво прошептала Клара, когда они с тетушкой проходили мимо длинных рядов нежившихся на солнце загорелых и обветренных ветеранов. — Тетя, вы видите того старика с красным лицом? Он что-то чертит на песке своей деревянной ногой, а остальные внимательно его слушают. Должно быть, он чертит схему какого-нибудь сражения...

— Сражения при Трафальгаре! Ясно, как дважды два — четыре! — тотчас же перебила Клару тетушка.

— Вряд ли, — робко возразила племянница. — Если бы он принимал участие в сражении при Трафальгаре, его бы давно уже не было в живых.

— Не было бы в живых! — презрительно повторила тетушка. — Да он живее нас с тобой, вместе взятых! По-твоему, рисовать на песке да еще деревянной ногой не значит быть в живых? Хотела бы я знать, что тогда по-твоему означает быть в живых!

Клара растерянно промолчала: она никогда не была особенно сильна в логике.

— Вернемся-ка мы лучше к арифметике, — продолжала Безумная Математильда. Эксцентричная старая леди не упускала случая подбросить своей племяннице какую-нибудь задачку. — Как ты думаешь, какая часть ветеранов потеряла и ногу, и руку, и глаз, и ухо?

— Я... я не знаю. Откуда я могу знать? — с трудом произнесла оробевшая девочка: кому-кому, а ей хорошо было известно, что последует дальше.

— Разумеется, без необходимых исходных данных ты ничего узнать не сможешь, но я сейчас дам тебе...

— Дайте ей пирожок, миссис! Только у нас в Челси умеют печь такие пирожки. Девочки их очень любят, — раздался вдруг приятный голос, и разносчик пирожков, проворно приподняв край белоснежной салфетки, показал аккуратно уложенные в корзине пирожки, выглядевшие весьма соблазнительно. Пирожки были квадратной формы, щедро смазаны яйцом, румяны и блестели на солнце.

— Нет, сэр! Я не имею обыкновения давать своей племяннице такую гадость. Убирайтесь прочь! — и старая леди угрожающе взмахнула зонтиком. На добродушного разносчика эта гневная тирада, казалось, не произвела ни малейшего впечатления. Прикрыв пирожки салфеткой, он удалился напевая.

— Пирожки эти — просто яд! — сказала старая леди. — То ли дело арифметика. Уж она-то всегда полезна!

Клара, вздохнув, проводила голодным взглядом быстро уменьшавшуюся вдали корзину с пирожками и стала послушно внимать своей неутомимой тетушке, которая тут же начала излагать

► *Клара, вздохнув, проводила голодным взглядом быстро уменьшавшуюся вдали корзину с пирожками.*

условие задачи, производя все вспомогательные подсчеты на пальцах.

— Скажем, так: 70 % ветеранов лишились глаза, 75 — уха, 80 — руки и 85 — ноги. Просто великолепно! Спрашивается, чему равна наименьшая часть ветеранов, лишившихся одновременно глаза, уха, руки и ноги?

Больше ни тетушка, ни племянница не произнесли ни слова, если не считать восклицания «Пирожки!», вырвавшегося у Клары, когда разносчик со своей корзиной скрылся за углом. В полном молчании обе леди — преклонных лет и юная — дошли до старинного особняка, в котором остановился вместе с тремя сыновьями и их почтенным наставником отец Клары.

Бальбус, Хью и Ламберт опередили тетушку и племянницу лишь на несколько минут. Они вернулись с прогулки, во время которой Хью умудрился задать головоломку, не только безнадежно испортившую настроение Ламберту, но и поставившую в тупик самого Бальбуса.

— Если я не ошибаюсь, четверг наступает после среды ровно в полночь? — начал Хью.

— Иногда наступает, — осторожно заметил Бальбус.

— Не иногда, а всегда! — решительно заявил Ламберт.

— Иногда, — мягко настаивал Бальбус. — В шести случаях из семи в полночь наступает не четверг, а какой-нибудь другой день недели.

— Я хочу лишь сказать, — пояснил Хью, — что когда вслед за средой наступает четверг, то происходит это в полночь и только в полночь.

— Безусловно, — подтвердил Бальбус. Ламберт счел за лучшее промолчать.

— Прекрасно. Предположим теперь, что здесь, в Челси, сейчас как раз полночь. Тогда к западу от Челси (например, в Ирландии или в Америке), где полночь еще не наступила, на календаре среда, а к востоку от Челси (например, в Германии или в России), где полночь наступила раньше, — четверг. Я рассуждаю правильно?

— Да, вполне, — вновь подтвердил Бальбус, и даже Ламберт соизволил кивнуть головой.

— Но если в Челси сейчас полночь, то к востоку и к западу от него смена дат происходить, казалось бы, не может. Тем не менее на земном шаре непременно найдется место, по одну сторону от которого будет среда, а по другую — четверг. И что хуже всего: люди, живущие в этом месте, считают дни недели в обратном порядке! Да и как им считать иначе, если к востоку от того места на календарях стоит «среда» а к западу — «четверг». Ведь это означает, что после четверга наступает среда!

— А я знаю! А я знаю! — закричал Ламберт. — Эту головоломку мне задавали и раньше, только

▲ *— Мне кажется, — задумчиво проговорил Бальбус, — что такое место действительно существует, хотя мне и не приходилось слышать о нем раньше.*

формулировали ее иначе. Моряки уходят в кругосветное плавание, огибают земной шар с востока на запад, возвращаются домой и тут обнаруживают, что у них пропал один день. Им кажется, что они вернулись домой в среду, а все вокруг говорят, что это четверг, и все потому, что у тех, кто оставались дома, полночь наступала на один раз больше, чем у тех, кто находились в плавании. А если бы моряки плыли с запада на восток, то один день у них оказался бы лишним.

— Все это мне известно, — возразил Хью в ответ на несколько сумбурное объяснение Ламберта, — но к делу не относится. Ведь сутки для корабля имеют неодинаковую продолжительность. Когда корабль плывет в одну сторону, сутки на нем продолжаются более 24 часов, когда же он плывет в другую сторону — менее 24 часов. Отсюда и происходит путаница с днями недели: ведь у людей, живущих на суше на одном и том же месте, сутки длятся ровно 24 часа.

— Мне кажется, — задумчиво проговорил Бальбус, — что место, о котором говорит Хью, на земном шаре действительно существует, хотя мне и не приходилось слышать о нем раньше. Людям, живущим там, должно быть странным видеть вчерашний день к востоку от себя, а завтрашний — к западу. Особенно трудно понять, что происходит, когда наступает полночь: ведь в этом странном месте на смену «сегодня» приходит не «завтра», а «вчера». Тут есть над чем задуматься!

О том, как подействовал этот обмен мнениями на наших друзей, мы уже говорили: входя в дом, Бальбус усиленно размышлял над головоломкой, а Ламберт был погружен в мрачное раздумье.

Решения

ИНВАЛИДЫ ИЗ ЧЕЛСИ

Задача

70 процентов инвалидов потеряли глаз, 75 процентов — ухо, 80 процентов — руку и 85 процентов — ногу. Каков наименьший процент ветеранов, лишившихся одновременно глаза, уха, руки и ноги?

Ответ

10 процентов.

Решение

Предположим, что инвалидов ровно 100 человек. Общее число всех увечий равно 70 + 75 + 80 + 85 = 310. Следовательно, на каждого инвалида приходится по 3 увечья, а десятерым особенно не повезло: они получили все 4 увечья. Таким образом, наименьшая доля инвалидов, лишившихся глаза, уха, руки и ноги, равна 10 процентам.

СМЕНА ДАТ

Задача

Решение географической задачи — о смене дат — я вынужден отложить на неопределенный срок отчасти потому, что не знаю, как ее решить.

Цель этой увлекательной головоломки, состоящей из коробочки и четырех брусков, — извлечь все бруски из коробки.

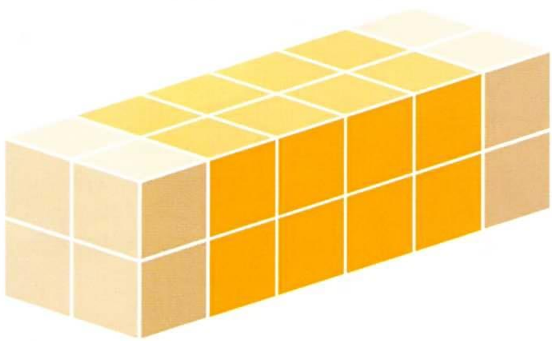
Терпение и внимательность
Коробка с поперечными брусками

Хотя на первый взгляд кажется, что решить эту головоломку невозможно, спустя некоторое время становится понятно, что ее части можно сдвинуть. Возможно, именно в этом и заключается первый шаг решения.

◄ *Самая известная головоломка со сцепленными блоками — «Дьявольский крест» («Нераспадающаяся головоломка» по классификации Джерри Слокума), на основе которой было создано много других оригинальных игр. Частью этого семейства головоломок являются головоломки, элементы которых, как и в нашем случае, скрыты внутри коробки.*

Ключ к задаче: пустоты и перемещения

Части этой головоломки и других головоломок такого типа представляют собой прямоугольные параллелепипеды, из которых вырезаны некоторые из 16 маленьких кубиков, изображенных на рисунке. За счет этого части головоломки сцепляются между собой. После того как вы уложите все части головоломки в нужные места, внутри коробки могут остаться пустоты.

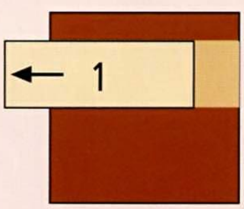


В популярных головоломках, состоящих из нескольких сцепленных блоков, один из блоков обычно является ключом к решению: чтобы разобрать конструкцию, достаточно вытащить этот блок. Секрет головоломок, в которых нет такого ключа, состоит в том, что внутри имеются пустоты, позволяющие сдвинуть части. Благодаря этому решить головоломку можно, сместив в разные стороны определенные части в нужной последовательности.

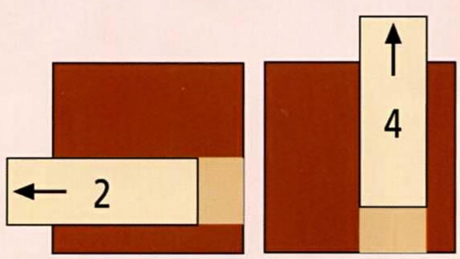
Обозначения

Осмотрев головоломку, вы увидите, что в начальном положении можно сдвинуть одну из трех частей.

— Одну часть (обозначим ее часть 1) можно сдвинуть только в одном направлении.

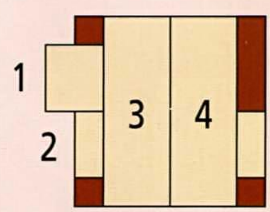


— Другие две части (обозначим их номерами 2 и 4) можно сдвинуть только в одном направлении.



Оставшуюся часть (обозначим ее номером 3) сдвинуть нельзя.

Чтобы понять схему решения, нужно повернуть головоломку так, чтобы части 1 и 2 располагались горизонтально, части 3 и 4 — вертикально, и чтобы единственным возможным перемещением было смещение части 1 влево.

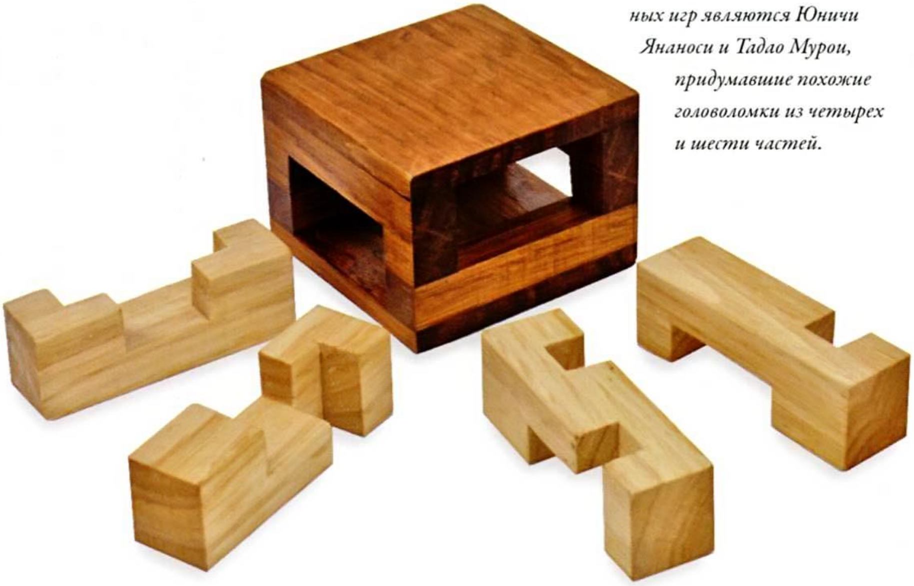


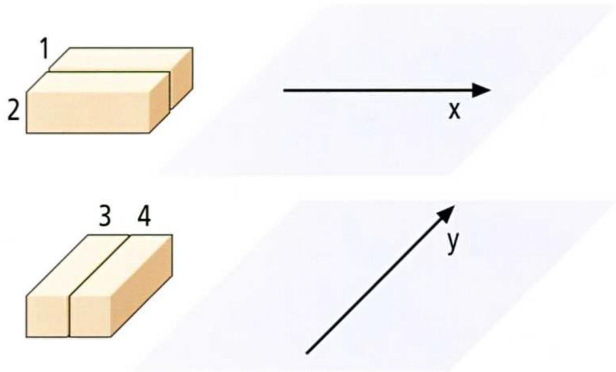
Описание частей головоломки

В каждой части головоломки имеется квадратная площадка размером 2 × 2 единицы, все части головоломки имеют длину в 6 единиц. Из центра каждой части вырезано несколько из 16 маленьких кубиков. На рисунке показаны пять элементов головоломки: коробка и четыре поперечных бруска. Части под номерами 2 и 4 полностью одинаковы.

Элементы головоломки располагаются попарно: части под номерами 1 и 2 находятся с одной стороны, под номерами 3 и 4 — с другой.

▼ В «Коробке с поперечными брусками» четыре внутренние части головоломки сцепляются между собой не полностью. Если бы части не располагались внутри коробки, между ними неизбежно образовались бы пустоты, поэтому коробку можно считать пятым элементом головоломки. Самыми знаменитыми создателями подобных игр являются Юничи Янаноси и Тадао Мурои, придумавшие похожие головоломки из четырех и шести частей.

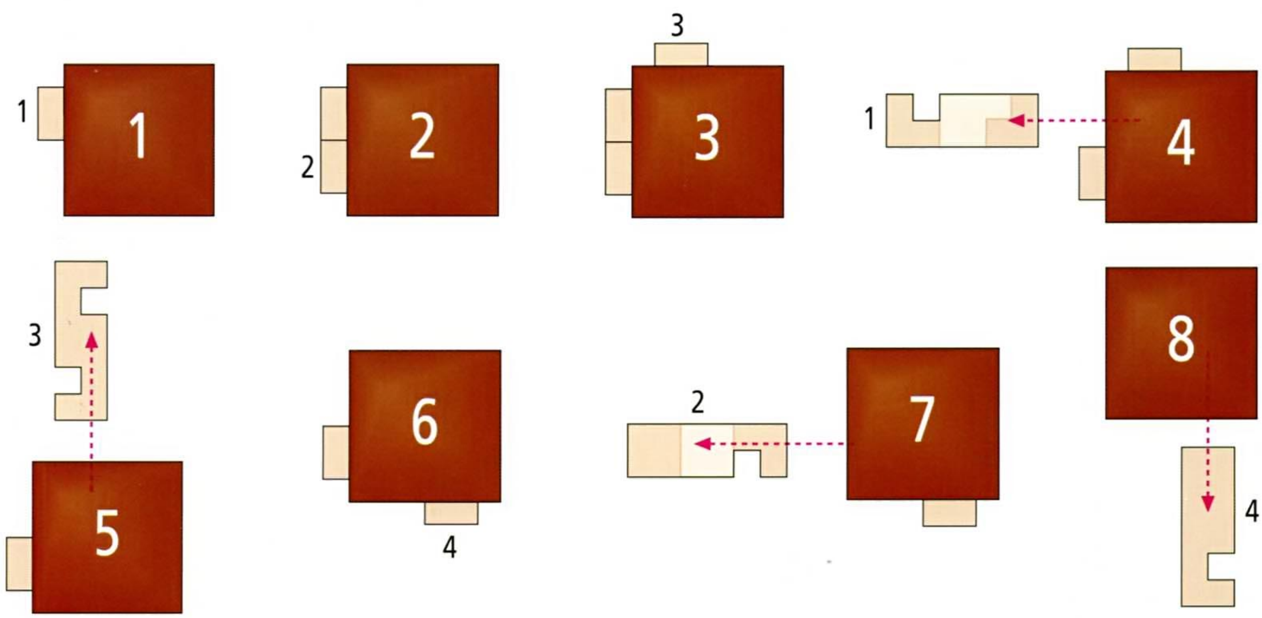




Части головоломки располагаются в двух параллельных плоскостях так, что они пересекаются точно на половине толщины. Если мы расположим пару частей головоломки 1–2 под частями 3–4, головоломка будет выглядеть так, как показано на рисунке:

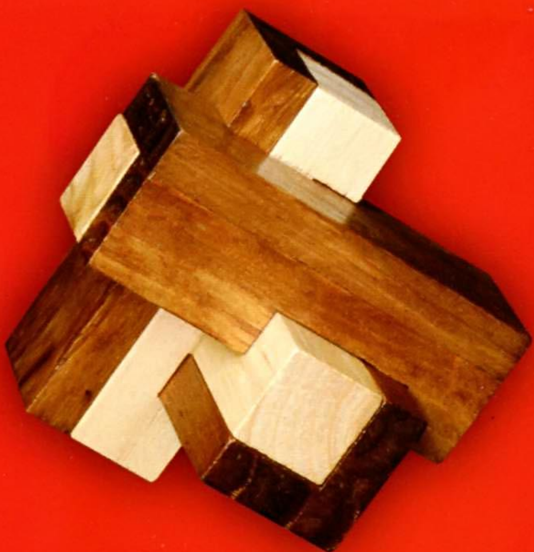
Последовательность действий по решению головоломки:

Чтобы решить головоломку, нужно выполнить определенные действия в строго заданной последовательности. Разумеется, первым действием должно стать одно из трех, перечисленных выше. Следовательно, головоломку можно разобрать несколькими способами, так как бруски могут располагаться внутри нее по-разному. Начать следует с выполнения нескольких действий, чтобы извлечь брусок под номером 1. После этого головоломка разбирается без малейших затруднений.




18
17
3
11
8
7
19
9
6
5
4
16
14
1
2
12
15
10
13

В следующем выпуске через 2 недели



Винтовой узел

Комплексные числа
Математические призраки

Очарование вдохновения
Сриниваса Рамануджан

Парадоксы
Вызов здравому смыслу

Лучшее от Сэма Лойда
Вероятности и теория игр

Спрашивайте в киосках!

16+